Департамент образования и науки Костромской области

ОГБПОУ «Костромской автодорожный колледж»

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Дисциплина Математика: Тригонометрия

Основные формулы тригонометрии

Составила: Смирнова И.В.,
преподаватель математики

Кострома, 2020

Данный справочный материал предназначен в помощь студентам при изучении учебной дисциплины «Математика» по теме «Тригонометрические функции», а также при изучении материала смежных дисциплин (Материаловедение, Электротехника).

Использование таблиц и формул позволяет выполнять различные действия по данной теме: упрощать выражения, доказывать тождества, понижать степень, выполнять переходы от произведения к сумме и наоборот.

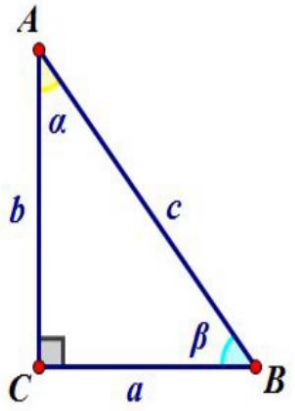
Справочные таблицы по тригонометрии содержат основные формулы и соотношения, встречающиеся в курсе математики по изучаемой теме.

Умение работать со справочным материалом – это важное практическое умение!

Содержание

Соотношение сторон и углов в прямоугольном треугольнике 4
Значение тригонометрических функций некоторых углов 5
Периодичность тригонометрических функций: 5
Формулы приведения 5
Знаки тригонометрических функций в различных четвертях 6
Основные формулы тригонометрии 6

Соотношение сторон и углов в прямоугольном треугольнике



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \cos\beta = \frac{a}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b} \qquad tg\beta = \frac{b}{a}$$

$$ctg\alpha = \frac{b}{a} \qquad ctg\beta = \frac{a}{b}$$

$$\sin\alpha = \cos\beta; \quad tg\alpha = ctg\beta$$

Синус - отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус - отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс - отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс - отношение прилежащего катета к противолежащему.

Значение тригонометрических функций некоторых углов

α°	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
α, рад	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π	$3\pi/2$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	–1	0	1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	–1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	–	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	–1	$-\sqrt{3}$	–	0	–

Периодичность тригонометрических функций:

$$sin(\alpha \pm 2\pi n) = sin\,\alpha$$

$$cos(\alpha \pm 2\pi n) = cos\,\alpha$$

$$tg(\alpha \pm \pi n) = tg\,\alpha$$

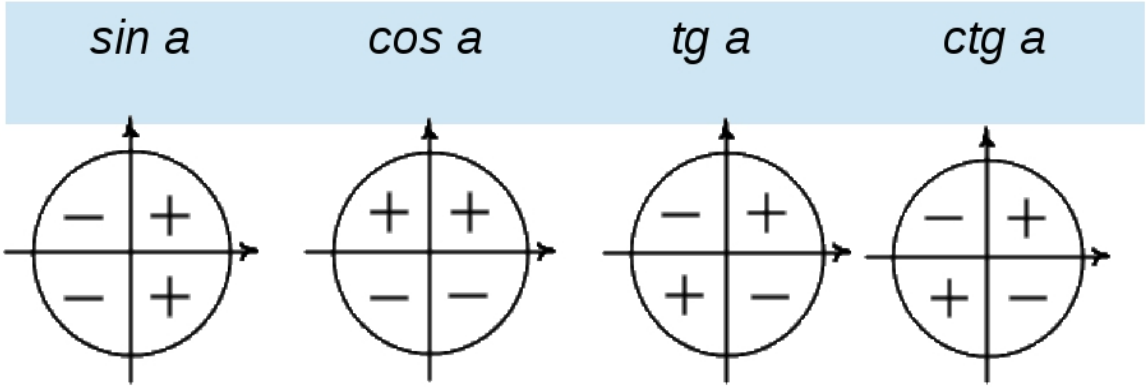
$$ctg(\alpha \pm \pi n) = ctg\,\alpha$$

Формулы приведения

x	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$
$\sin x$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos x$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
$\mathrm{tg}\,x$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$
$\mathrm{ctg}\,x$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$

x	$-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
$\sin x$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\cos x$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
$\mathrm{tg}\,x$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$
$\mathrm{ctg}\,x$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$

Знаки тригонометрических функций в различных четвертях



Основные формулы тригонометрии

1. Формулы, связывающие тригонометрические функции одного и того же аргумента:

1) $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$;

2) $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$;

3) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$;

4) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;

5) $1 + \operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

6) $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2. Формулы, связывающие функции аргументов, из которых один вдвое больше другого:

1) sin2x = 2sinx·cosx;

2) cos 2x = cos2x - sin2x;

3. Формулы сложения аргументов:

1) sin(x + y) = sinx·cosy + cosx·siny;

2) sin(x - y) = sinx·cos y - cosx·siny;

3) cos(x + y) = cosx·cos y - sinx·siny;

4) cos(x - y) = cosx·cos y + sinx·siny;

4. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения:

1) $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$;

2) $\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$;

3) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$;

4) $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$.

5. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы:

1) $\sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2}$;

2) $\cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2}$;

3) $\sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$.